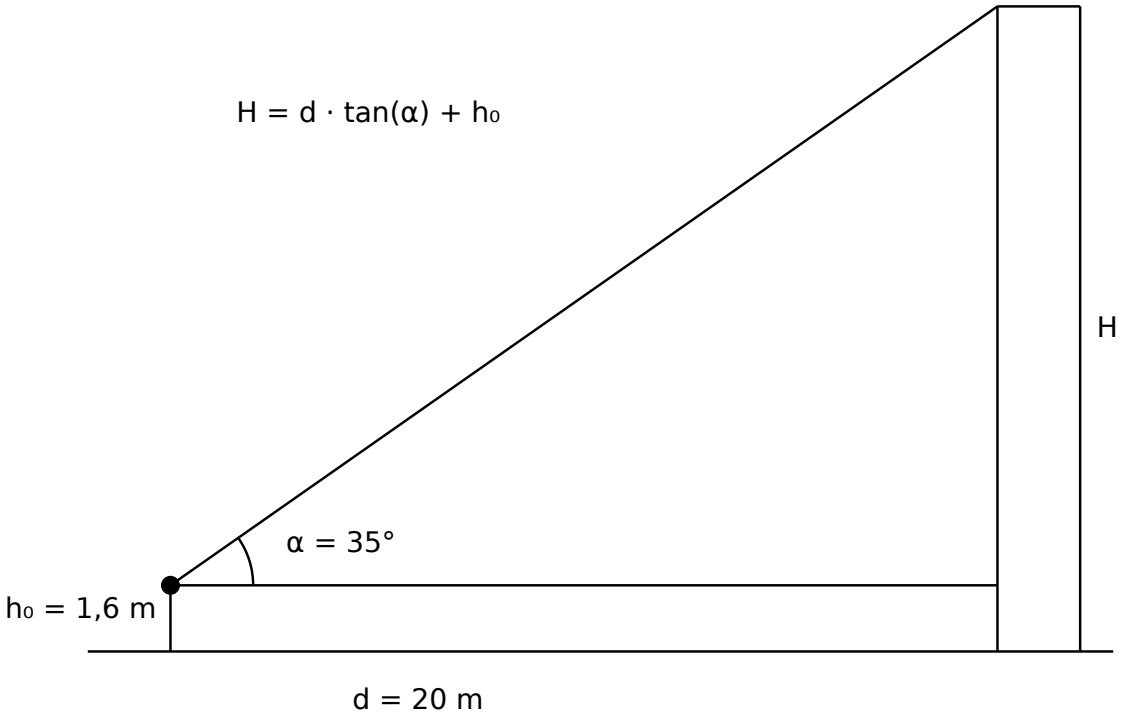
La sombra del campanario

Trigonometría de campo y la medida de lo inaccesible. Construcción del goniómetro de hilo, cálculo de tangentes y el mapa geodésico del IGN.



Ejemplo didáctico: H = 20 · tan(35°) + 1,6 ≈ 15,60 m. No es una medición real de la Catedral. Bases al mismo nivel; distancia horizontal.

Referencia documental: IGN, vértice 16186 «Catedral de León». La ficha incluye mapa de situación y coordenadas planimétricas, pero no altitud. La referencia 16104 «San Marcos» no se ha verificado.

El bosque conceptual

Antes de convertirse en una lista de razones que memorizar, la geometría fue una manera de alcanzar lo que el cuerpo no podía tocar. La agrimensura, la astronomía y, más tarde, las redes de triangulación enlazaron distancias accesibles con puntos lejanos. Eratóstenes ofrece un antecedente geométrico: relacionar una sombra con el tamaño de la Tierra, sin confundir ese procedimiento con toda la historia posterior de la trigonometría.

Un transportador, una pajita y un hilo con peso transforman el patio en un lugar de investigación. La línea de mirada forma un ángulo con la horizontal; la distancia al edificio completa el triángulo. La tangente es la razón entre el cateto opuesto y el contiguo: $\tan(\alpha) = (H - h_0) / d$. La altura buscada es $H = d \cdot \tan(\alpha) + h_0$.

El cálculo supone que el pie del objeto y el suelo bajo el observador están al mismo nivel, que d es horizontal y que la pared o el tronco es vertical. Si hay desnivel Δz = cota del suelo del observador − cota de la base, la expresión pasa a ser $H = d \cdot \tan(\alpha) + h_0 + \Delta z$. La altitud respecto al mar no es la altura de un edificio.

La precisión tampoco nace de escribir muchos decimales. Medir a pasos exige calibrar la longitud del paso; repetir la lectura permite estudiar la dispersión, pero no elimina un transportador mal orientado. El desacuerdo entre observadores es material de aprendizaje, no un dato que haya que esconder.

01 / Construir

Un goniómetro de hilo

Fija una pajita al borde recto de un transportador semicircular. Ata un hilo al centro del diámetro y coloca una pequeña arandela en el extremo libre. Deja que la plomada cuelgue sin rozar el instrumento. Un compañero lee el ángulo mientras otro apunta a un borde del edificio.

Calibra mirando una referencia horizontal: el hilo debe marcar 90°. En esta disposición $\alpha = |90° - \text{lectura}|$. Practica con una inclinación conocida. Nunca mires el Sol a través de la pajita; para Eratóstenes se observan sombras.

Lista de montaje: transportador semicircular, pajita, cinta adhesiva, hilo y arandela. Comprueba que el punto de sujeción coincide con el centro. Dibuja la posición del hilo en la referencia horizontal y al apuntar hacia arriba.

02 / Medir

El objeto inaccesible

Escoge un punto con suelo aproximadamente horizontal y espacio despejado. Calibra tus pasos en un tramo medido con cinta, recorre la distancia a la base y anota d. Mide h_0 desde el suelo hasta el ojo; toma tres lecturas de α sin cambiar de posición y registra todas.

Cinco observadores calculan H con su propia altura de ojos. Anota objeto, fecha, instrumento, resolución angular, distancia y condiciones del terreno. Redondea al final según la precisión de las medidas.

Observador	d (m)	α (°)	h_0 (m)	H (m)
1				
2				
3				
4				
5				

Calibración del paso: distancia medida / número de pasos = longitud media del paso. Registra también las tres lecturas de cada observador.

03 / Contrastar

El error también enseña

Compara cinco alturas: media $\bar{x} = \Sigma x_i/5$ y desviación estándar muestral $s = \sqrt{[\Sigma(x_i - \bar{x})^2/4]}$. Si existe una altura de referencia independiente Href, calcula el error absoluto $|x_i - Href|$ y el relativo $|x_i - Href|/|Href| \cdot 100\%$.

Sin referencia no puedes conocer el error verdadero: informa de desviaciones respecto de la media y dispersión. Repite desde otra distancia y explica si el sesgo podría venir del terreno, del paso o de la lectura del ángulo.

Serie de práctica, inventada: 15,2; 15,6; 15,4; 15,8; 15,5 m. Calcula la media y s. Con Href = 15,0 m como referencia hipotética independiente, halla el error absoluto y relativo de la media.

Comprobación: media = 15,5 m; s ≈ 0,224 m; error de la media = 0,5 m; error relativo ≈ 3,33%. Una dispersión pequeña no garantiza ausencia de sesgo.

Ampliación y fuentes

Eratóstenes: de una sombra al mundo

En el modelo escolar, los rayos solares son paralelos, las dos localidades están sobre un mismo meridiano y se compara la vertical al mediodía solar en la misma fecha. La diferencia angular θ representa la fracción de circunferencia que separa las localidades: $C = 360° \cdot D / \theta$.

Ejemplo idealizado: $D = 800$ km y $\theta = 7{,}2°$ dan $C = 40.000$ km. No es una reproducción exacta de sus medidas antiguas. Alejandría y Siena —actual Asuán— no están exactamente en el mismo meridiano; la distancia entre ellas debe conocerse por otra vía.

IGN · Reseña 16186, Catedral de León, y cartografía de situación

IGN · Vértices de las redes REGENTE y ROI

IGN · Teoría de geodesia

IGN · Anuario del Observatorio Astronómico 2021, historia de la medida terrestre